אופרטור צמוד

# משפט

יהיו V ו ו אופרטור. קיים כך ש: לכל

## הערה

הוא יחיד: כלומר קיים אופרטור יחיד כך ש לכל .

## דוגמה

, ,   
זה נכון אם ⇦ או

# משפט

יהיו V, , , ו בסיס א"נ. אזי

# קיום של

, , . נגדיר :  
יהי . נתבונן ב. זה מגדיר פונציונל(כפונקציה על ): שכן

*לפי משפט ריס קיים ויחיד כך ש. נגדיר . מתקיים:  
 לכל*

# לינאריות

צ"ל

נתבונן ב:

## למה(תרגיל)

# יהי כך ש לכל . הוכח: יחידות של

אם מקיים לכל ⇦ לכל אזי

נחשב בבסיס א"נ:

# הגדרה

נקרא צמוד של A.

# תרגיל

לA לא סינגולרי

אופרטורים מיוחדים

1. אופרטורים צמודים עצמית(: סימטריים, הרמיטיים) –

(בפרט: מטריצה של אופרטור צ"ע בבסיס א"נ היא הרמיטית.)

1. (או ). אופרטורים: אורתוגונליים, סימטריים.  
    או :
2. אופרטורים נורמליים.  
     
   לדוגמה: אופרטורים אנטיסימטריים:

ווקטורים וערכים עצמיים של אופרטורים מיוחדים

# משפט

יהיו V,, צ"ע. כל ע"ע של A הוא ממשי.(כלומר: אם כך ש אזי )

## הוכחה

יהי כך ש

## תוצאה

כל ע"ע של מטריצה סימטרית\הרמיטית הוא ממשי

# משפט

יהיו V, , צ ו ע"ע עם ווקטורים עצמיים .  
אזי

## הוכחה

# משפט

יהיו צ"ע ו תת מרחב אינווריאנטי. אזי גם תת מרחב אינווריאנטי.

## הוכחה

, כלומר   
נבדוק ש, כלומר *לכל , (⬄ לכל )*

*יהי . לכל מתקיים   
 לכל ⇦*

## הערה

1. כלומר לA צ"ע ו תת מרחב אינווריאנטי קיים פירוק לשני תתי מרחב אינווריאנטים.
2. יהיו צ"ע ו תת מרחב אינווריאנטי. אזי צמצום של A לW הוא צ"ע.
   1. אם תת מרחב אזי על W יש מכפלה פנימית:
   2. צ"ע ביחס ל: